family such that attractor is homeomorphic to classical Sierpiński gasket.
Keywords: Sierpiński gasket, Lobachevskii plane, Beltrami–Klein model, iterated function system.

УДК 517.956.223

НЕКОТОРЫЕ НОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ МЕМБРАННОЙ ТЕОРИИ ВЫПУКЛЫХ ОБОЛОЧЕК

Е.В. Тюриков[1]

1 *etyurikov@hotmail.com*; Донской государственный технический университет

Получен ряд результатов, относящихся к мембранной теории выпуклых оболочек с кусочно-гладкой границей её серединной поверхности. Развитие этой теории с помощью аппарата обобщённых аналитических функций требует расширенной постановки основной граничной задачи. Такая постановка даётся для оболочки с односвязной серединной поверхностью с использованием специального граничного условия Римана–Гильберта.

Ключевые слова: Выпуклая оболочка, задача Римана–Гильберта.

Вопрос о построении мембранной теории выпуклых оболочек был поставлен А. Л. Гольденвейзером [1] в середине прошлого столетия. Им же была предпринята попытка [2] математической постановки основной граничной задачи для сферической оболочки с кусочно-гладким краем (т. е. с кусочно-гладкой границей её серединной поверхности). Общий метод построения мембранной теории выпуклых оболочек с гладким краем был разработан в трудах И. Н. Векуа [3]. Дальнейшее его развитие в работах автора [4, 5] позволило получить критерий квазикорректности [6] основной граничной задачи для оболочек с кусочно-гладким краем при условии омбиличности угловых точек, а также дать расширенную постановку [7] этой задачи в общем случае при условии *концентрации напряжений* в угловых точках. В настоящей заметке даётся описание семейства куполов общего вида, для которых найдены достаточные условия квазикорректности специального варианта основной граничной задачи в геометрической форме.

Постановка задачи. Пусть S — односвязная серединная поверхность тонкой упругой оболочки V, M_j $(j=\overline{1,n})$ — угловые точки кусочно-гладкой границы $L=\bigcup\limits_{j=1}^{n} L_j$. Предполагается, что S есть внутренняя часть поверхности S_0 строго положительной гауссовой кривизны класса регулярности $W^{3,p}$, $p>2$, а каждая из дуг L_j принадлежит классу $C^{1,\varepsilon}$, $0<\varepsilon<1$. Обозначим через $\boldsymbol{v}_j^{(k)}$ $(k=1,2)$ векторы на поверхности S с началом в точке M_j, задающие внутренний угол величины $\nu_j\pi$ $(0<\nu_j<\varsigma)$ в этой точке. Точку M_j назовём *выступом* [4], если $0<\nu_j<1$.

Определение 1. *Оболочку V назовём симметрическим куполом (S^* — куполом), если точки M_j $(j=\overline{1,n})$ — выступы, а векторы $\boldsymbol{v}_j^{(k)}$ $(k=1,2)$ образуют равные углы с одним из главных направлений на поверхности S_0 в точке M_j.*

Пусть $\boldsymbol{r}=\left\{\alpha(s),\beta(s)\right\}$ — заданное вдоль L поле принадлежащего поверхности

S вектора, допускающего разрывы первого рода в угловых точках, касательная и нормальная составляющие $\alpha(s)$, $\beta(s)$ ($\alpha^2+\beta^2=1$, $\beta \geqslant 0$) — гёльдеровы на каждой из дуг L_j функции, s — натуральный параметр, $\boldsymbol{r}_k^{(j)}$ ($k=1{,}2$) — односторонние пределы векторного поля $\boldsymbol{r}$ в точке M_j, $\mathscr{L}$ — множество всех непрерывных вдоль L полей *направлений*, заданных полем $\boldsymbol{r}$.

Определение 2. *Направление поля $\boldsymbol{l} \in \mathscr{L}$ в точке M_j назовём направлением обобщённой касательной (обобщённой нормали), если $\boldsymbol{r}_1^{(j)} = \boldsymbol{r}_2^{(j)}$ (векторы $\boldsymbol{r}_k^{(j)}$ ($k=1{,}2$) — разнонаправлены).*

Обозначим через $K(S^*)$ и $N(S^*)$ классы полей из $\mathscr{L}$, для которых направление в каждой точке M_j есть направление *обобщённой касательной* и *обобщённой нормали* соответственно.

Следует отметить, что любое направление на S в точке M_j, не совпадающее с направлениями сходящихся в ней дуг границы L, есть либо направление *обобщённой касательной*, либо направление *обобщённой нормали*.

Рассматривается задача [7] (задача T) о реализации безмоментного состояния напряжённого равновесия S^* — купола с заданной проекцией *вектора усилий* на направление поля $\boldsymbol{l}$ при условии *концентрации напряжений* в угловых точках. Соответствующая ей математическая задача $R(T)$ есть задача Римана–Гильберта с разрывными коэффициентами граничного условия [7] для обобщённой аналитической функции, допускающей интегрируемую бесконечность в точках разрыва (решения класса H^* по терминологии Н. И. Мусхелишвили).

Определение 3. *Задачу T назовём безусловно разрешимой для поля направлений $\boldsymbol{l} \in \mathscr{L}$ или $B_{\boldsymbol{l}}^*$-разрешимой, если соответствующая задача $R(T)$ безусловно разрешима в классе H^* как задача Римана–Гильберта с неоднородным граничным условием. Будем также говорить, что для купола S^* реализуется $B_{\boldsymbol{l}}^*(m)$-состояние равновесия, если решение задачи $R(T)$ зависит от m произвольных вещественных параметров.*

Формулировка результатов. На поверхности S определяется так называемая *типовая* функция $t(M)$ точки M поверхности S, значение которой зависит только от k_2/k_1, где k_1, k_2 — главные кривизны поверхности S в точке M, и задаётся единственным корнем вполне определённого дробно-рационального уравнения, причём $0 < t(M) < \operatorname{arctg}\dfrac{k_2}{k_1}$, если $k_1 \neq k_2$, и $t(M) = \dfrac{\pi}{6}$ в омбилической точке.

Определение 4. *Выступ M_j границы L отнесём к первому типу (второму типу), если для величины $\nu_j\pi$ внутреннего угла выполняется условие $0 < \pi\nu_j < 2t(M_j)$ $\big(2t(M_j) < \pi\nu_j < \pi\big)$.*

Пусть $n^{(k)}$ — число выступов k-го типа ($k=1{,}2$) границы L, $n^{(1)}+n^{(2)}=n$. Справедлива

Теорема 1. *Если $\kappa = 3n^{(1)}+2n^{(2)} \geqslant 3$, то для S^*-купола реализуется $B_{\boldsymbol{l}}^*(\kappa)$-состояние для любого $\boldsymbol{l} \in K(S^*)$. Если при этом $n^{(2)}=0$ и $n \geqslant 2$, то реализуется $B_{\boldsymbol{l}}^*(n)$-состояние для любого $\boldsymbol{l} \in N(S^*)$.*

Теорема 2. *Если $\nu_{i_k} = \dfrac{2}{\pi}\, t(M_{i_k})$, $k=1,\ldots,m$ ($1 \leqslant m \leqslant n$), то $B_{\boldsymbol{l}}^*(\kappa)$-состояние* *реализуется для любого $\boldsymbol{l} \in K(S^*)$ за исключением главных направлений $\boldsymbol{k}_1^{i_k}$, $\boldsymbol{k}_2^{i_k}$ ($k = 1,\ldots,m$) в точке M_{i_k}.*

Литература

1. Гольденвейзер А. Л. *Теория упругих тонких оболочек.* – М.: Наука, 1976. – 512 с.

2. Гольденвейзер А. Л. *О применении решений задачи Римана–Гильберта к расчёту безмоментных оболочек* // Прикл. матем. и мех. – 1951. – Т. XV. – № 2. – С. 149–166.

3. Векуа И. Н. *Некоторые общие методы построения различных вариантов теории оболочек.* – М.: Наука, 1982. – 288 с.

4. Тюриков Е. В. *Краевые задачи теории бесконечно малых изгибаний поверхностей положительной кривизны с кусочно-галдкими краями* // Матем. сб. – 1977. – Т. 103 (145). – № 3 (7). – С. 445–462.

5. Тюриков Е. В. *Геометрический аналог задачи Векуа–Гольденвейзера* // Докл. РАН. – 2009. – Т. 424. – № 4. – С. 455–458.

6. Тюриков Е. В. *Обобщённая граничная задача Гольденвейзера для безмоментных сферических куполов* // Тр. XIV межд. конф. «Современные проблемы механики сплошной среды». – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2010. – Т. II. – С. 290–293.

7. Тюриков Е. В. *Об одной специальной задаче Римана–Гильберта и её приложении* // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естественные науки. – 2016. – № 4. – С. 31–35.

SOME NEW RESULTS ON THE MEMBRANE THEORY OF CONVEX SHELLS

E.V. Tyurikov

Its further development leads to the necessity of such formulation of a boundary problem, which would take into account the specificity of the stress equilibrium provided the concentration of stresses at corner points. Such a formulation is given for the shell with middle surface connected with the use of special boundary conditions of the Riemann–Hilbert problem.

Keywords: Convex shell, Riemann–Hilbert boundary value problem.

УДК 513.74:514.75

ОМБИЛИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

В.Т. Фоменко[1]

1 *vtfomenko@rambler.ru*; Таганрогский институт имени А.П. Чехова (филиал), ФГБОУ ВО «Ростовский государственный экономический университет (РИНХ).

Пусть $ds^2 = E(u,v)(du^2 + dv^2)$, $E \in C^2(R^2)$ — метрика постоянной кривизны $K \geq 0$, заданная на плоскости R^2 параметров (u,v). Автор находит изометрические погружения метрики ds^2 в евклидовы пространства размерности n, $3 \leq n \leq 7$, в виде гиперсферических поверхностей класса $C^3(R^2)$, все точки которых являются омбилическими.

Ключевые слова: Евклидово пространство, метрика, кривизна, погружение, омбилическая поверхность.